Práctica 2. Circuitos de Corriente Alterna

1. Objetivos

1. Uso del osciloscopio para la medida señales eléctricas
2. Obtener los parámetros característicos de la respuesta de un circuito RC

2. Material

- Placa base y cables de conexión
- Resistencia ($10k\Omega$) y condensador ($12k\ pF$)
- Generador de señales (fuente de fem senoidal)
- Osciloscopio digital

3. Fundamentos

3.1. Resistencia

La Fig. 1 muestra el esquema de un circuito que consta de una resistencia alimentada con una fuente de fem. Si el potencial de esta fuente es armónico:

$$V(t) = V_m sen(\omega t)$$

donde V_m es la amplitud (V) y ω es la frecuencia angular (rad/s). Tengase en cuenta que la frecuencia lineal es $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$ (Hz), donde T es el período (s).

De acuerdo con la ley de Ohm, la intensidad que circula por el circuito es:

$$I(t) = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{R} sen(\omega t)$$

Por lo tanto, el potencial en bornes de la resistencia y la intensidad que circula por la misma están en fase, como se muestra en la Fig. 2

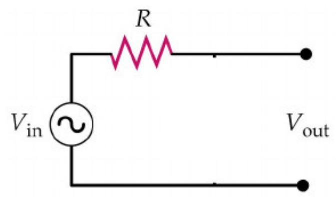

Figura 1: Circuito con resistencia y fuente senoidal

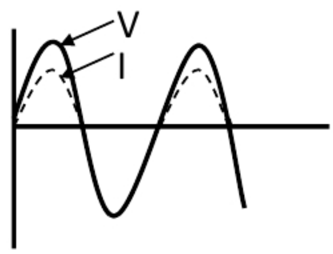

Figura 2: Potencial e intensidad en una resistencia con fuente de fem senoidal

3.2. Condensador

Supongamos que la resistencia del circuito mostrado en la Fig. 1 se sustituye por un condensador. Puede demostrarse que la intensidad en el circuito es de la forma:

$$I(t) = I_m sen(\omega t - \pi/2) \tag{1}$$

donde:

$$I_m = \omega V_m C = \frac{V_m}{X_C}$$

siendo X_C el módulo de la magnitud compleja:

$$\hat{X_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

conocida con el nombre de **Reactancia Capacitiva** ($j = \sqrt{-1}$). Obsérvese que la intensidad depende de la frecuencia, de forma que la intensidad aumenta cuando aumenta la frecuencia y tiende a ser nula para frecuencias decrecientes.

En este caso, existe un desfase entre el potencial en bornes del condensador y la intensidad, como se muestra en la Fig. 3. Concretamente, la intensidad tiene un retardo de fase de $\pi/2$ *rad* con respecto al potencial.

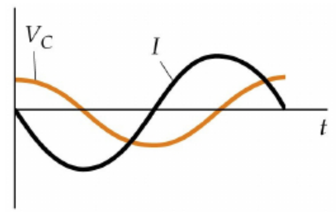

Figura 3: Potencial e intensidad en un condensador con fuente de fem senoidal

3.3. Circuito RC

La Fig. 4 muestra el esquema de una resistencia y un condensador conectados en serie y alimentados por una fuente de fem armónica. En estas condiciones, el potencial de la fuente debe coincidir con la suma de los potenciales en bornes de la resistencia ($V_R(t)$) y del condensador ($V_C(t)$):

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

En este caso, la intensidad en el circuito es:

$$I(t) = I_m sen(\omega t + \varphi) \tag{2}$$

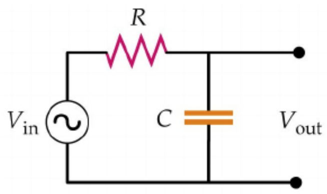

Figura 4: Potencial e intensidad en un condensador con fuente de fem senoidal

La fase φ viene dada por:

$$\varphi = arctg\left(-\frac{X_C}{R}\right) = arctg\left(-\frac{1}{\omega RC}\right) \tag{3}$$

mientras que la amplitud de la intensidad es:

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \tag{4}$$

siendo Z el módulo de la magnitud compleja:

$$\hat{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} \tag{5}$$

conocida con el nombre de **Impedancia** del circuito. Por lo tanto:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \tag{6}$$

En virtud de la ley de Ohm, debe verificarse que:

$$V(t) = I(t)\, Z$$

En consecuencia, tanto el desfase entre potencial e intensidad como la relación entre las amplitudes de éstos dependen de la frecuencia:

- $\omega \to \infty \Rightarrow Z \to R$, $\varphi \to 0$
- $\omega \to 0 \Rightarrow Z \to \infty$, $\varphi \to \pi/2$

Con la notación mostrada en la Fig. 4, puede demostrarse que el potencial en bornes del condensador es:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \tag{7}$$

Considerado de esta forma, el circuito RC es un **filtro pasabaja**, puesto que el potencial de salida se atenúa a medida que aumenta la frecuencia, como se muestra en la Fig. 5. Es decir, se trata de un sistema que atenúa las altas frecuencias.

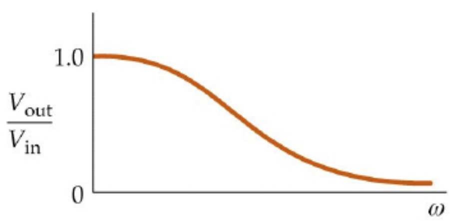

Figura 5: Circuito RC como filtro pasabaja

Por otra parte, el comportamiento del módulo y de la fase de la impedancia con la frecuencia se muestran en las Fig. 6 y Fig. 7, respectivamente, ambas en escalas logarítmicas.

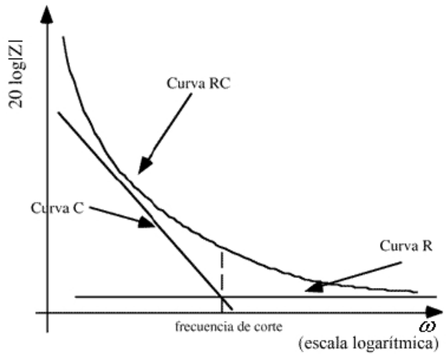

Figura 6: Módulo de la impedancia vs frecuencia

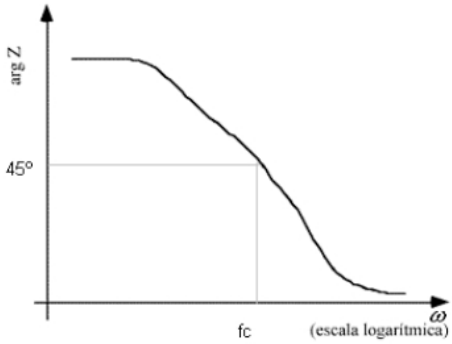

Figura 7: Fase de la impedancia vs frecuencia

Finalmente, si se tiene en cuenta la ec. 5, existe una frecuencia, conocida como **Frecuencia de corte** (f_c) para la cual $R = X_C$, es decir:

$$R = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{8}$$

donde:

$$T = RC \tag{9}$$

se conoce como la **Constante de tiempo** (o **Tiempo de Respuesta**) del circuito RC.

Para la frecuencia de corte, el módulo y la fase de la impedancia (ecs. 3 y 6) son, respectivamente:

$$Z = R\sqrt{2}$$
$$\varphi = \frac{\pi}{4}$$

Puesto que, en términos de valores máximos, el potencial en bornes del circuito completo es $V_m = I_m Z$ y el potencial en bornes de la resistencia es $V_{mR} = I_m R$, entonces el módulo de la impedancia se puede calcular de la siguiente forma:

$$Z = R\left(\frac{V_m}{V_{mR}}\right) \tag{10}$$

Además, si se tiene en cuenta que el valor máximo del potencial en bornes del condensador es $V_{mC} = I_m X_C$, donde X_C es el módulo de la reactancia capacitiva, entonces se verifica que:

$$\frac{V_{mR}}{V_{mC}} = \omega RC \tag{11}$$

4. Metodología

4.1. Medida de potenciales

- Utilice una placa base para conectar la resistencia y el condensador en serie
- Configure la fuente de potencial para:
  - Generar una señal senoidal
  - Asegurar un potencial máximo **constante en toda la experiencia** (en torno a 10 V).
- Las amplitudes de los potenciales y los desfases entre las señales se miden con el Osciloscopio. En el **Anexo Práctica 2: El Osciloscopio** se expone el procedimiento a seguir para el uso de este instrumento
- Para medir los potenciales de la fuente y en bornes de la resistencia se debe configurar el circuito en la forma mostrada en la Fig. 8. Uno de los canales del osciloscopio se conectará a la salida de la fuente de fem (G) y el otro canal se conectará entre los extremos de la resistencia. En la mencionada Fig. 8 el canal $CH1$ se conecta a la salida de la fuente y el canal $CH2$ se conecta a la resistencia
- El potencial en bornes del condensador se mide conectando la fuente de potencial (G) en la forma mostrada en la Fig. 9. Uno de los canales del osciloscopio se debe conectar entre los extremos del condensador. En la mencionada Fig. 9 el canal $CH2$ se conecta al condensador

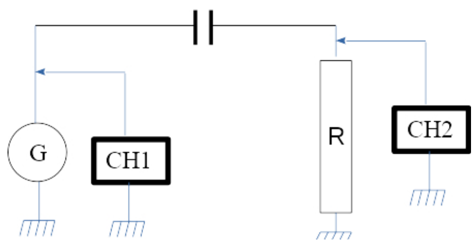

Figura 8: Configuración experimental para medir el potencial de la fuente y en la resistencia

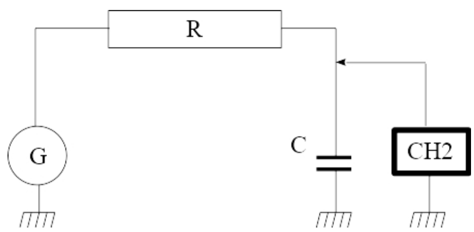

Figura 9: Configuración experimental para medir el potencial en el condensador

- **En cualquiera de las dos configuraciones mencionadas (Figs. 8 y 9), los puntos de conexión a tierra (puntos referencia, es decir, de potencial nulo) de la fuente y del osciloscopio deben coincidir**

4.2. Frecuencia de Corte

1. Calcule la frecuencia de corte (ec. 8) y la constante de tiempo (ec. 9) para el circuito RC

2. Deberá medir potenciales para 20 frecuencias diferentes, como se indica en la Tabla 1. Elija estas frecuencias de manera que se distribuyan en torno a la frecuencia de corte calculada anteriormente. Elija los intervalos de frecuencia teniendo en cuenta que las variaciones de potencial, en la resistencia y en el condensador, sean significativas

3. Con la configuración mostrada en la Fig. 8, mida los potenciales V_m (potencial de la fuente) y V_{mR} (potencial en bornes de la resistencia) para la primera de las frecuencias seleccionadas en el generador de señales y anote estos resultados en la primera fila de la Tabla 1

4. Sin modificar la frecuencia del generador de señal, configure el circuito como se indica en la Fig. 9 y mida el potencial en bornes del condensador (V_{mC}). Anote este resultado en la columna correspondiente de la primera fila de la Tabla 1

5. Complete la mencionada tabla seleccionando valores crecientes de frecuencia en el generador de señal. **Recuerde que los potenciales V_m, V_{mR} y V_{mC} deben medirse para las mismas frecuencias**

6. Calcule el módulo de la impedancia del circuito (ec. 10). Construya la representación gráfica de esta magnitud en escala logarítmica ($20 \log Z$) frente a la frecuencia, también en escala logarítmica ($\log f$) [1]. Esta función se denota como **Curva RC** en la Fig. 6. Trace en esta gráfica las funciones correspondientes a la resistencia y a la reactancia capacitiva (obtenidas de forma teórica), denotadas en la mencionada Fig. 6 como **Curva R** y **Curva C**, respectivamente. Compruebe que estas dos últimas curvas son las asíntotas de la función $20 \log Z$. Verifique que la intersección de estas asíntotas coincide con la frecuencia de corte calculada de forma teórica

7. Calcule la función V_{mR}/V_{mC} como se indica en la ec. 11. Construya la gráfica de esta función frente a la frecuencia. Efectúe el correspondiente ajuste lineal mediante el método de los mínimos cuadrados. Determine la frecuencia de corte como aquella en la que se verifica que $V_{mR}/V_{mC} = 1$. Compare este resultado con el obtenido en el anterior apartado y con el valor teórico

f (Hz)	$\log f$	V_m (V)	V_{mR} (V)	V_{mC} (V)	Z (Ω)	$20 \log Z$	V_{mR}/V_{mC}

Tabla 1: Potenciales vs. frecuencia

[1] **Los logaritmos son de base decimal (log = $\log_{10}$)**

5. Desfase entre señales (método de las trazas)

- Configure el osciloscopio en modo dual (consulte el **Anexo Práctica 2: El Osciloscopio**) para visualizar en su pantalla las señales del generador (V_G) y de la resistencia (V_R), como se muestra en la Fig. 10. Como se indica en esta figura, los tiempos t_1 y t_2 se fijan en los correspondientes cruces de las mencionadas señales con el eje horizontal

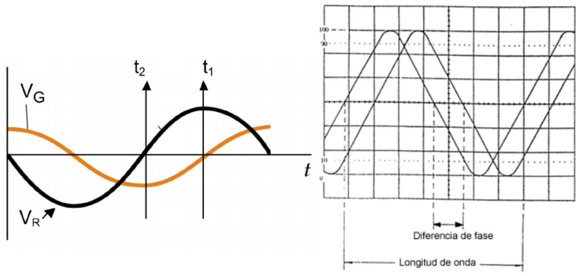

Figura 10: Medida del desfase

- Si las fases de las señales V_G y V_R son ωt_1 y $\omega t_2 + \varphi$, respectivamente, entonces:

$$\varphi = -2\pi f \Delta t = -\frac{2\pi \Delta t}{T} \qquad (12)$$

  donde f es la frecuencia de la señal, T es su período y $\Delta t = t_2 - t_1$.

- Complete la Tabla 2 seleccionando 20 frecuencias diferentes (distribuidas en torno a la frecuencia de corte)

- Represente de forma gráfica el desfase (en grados sexagesimales) frente a la frecuencia en escala logarítmica ($\log f$)

- Compruebe que para la frecuencia de corte el desfase es de 45^o

f (Hz)	$\log f$	φ (rad)	φ $(^o)$

Tabla 2: Desfases en función de la frecuencia